Roll No. | | | | | | | | | | |

ANNA UNIVERSITY (UNIVERSITY DEPARTMENTS)

B.E./B.Tech. End Semester Examinations APRIL/MAY 2025

Common to ALL branches

Second Semester

MA23C02 - ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS AND TRANSFORM TECHNIQUES

(Regulation 2023)

Time: 3 Hours **Answer ALL Questions** **Max. Marks: 100**

CO1	To acquaint the students with Differential Equations which are significantly used in engineering problems.
CO2	To make the students understand the Laplace transforms techniques.
CO3	To develop the analytic solutions for partial differential equations used in engineering by Fourier Series.
CO4	To acquaint the students with Fourier transform techniques used in wide variety of situations in which the function used are not periodic.
CO5	To develop Z-transform techniques in solving difference equations.

BL - Bloom's Taxonomy Levels

(L1 - Remembering; L2 - Understanding; L3 - Applying; L4 - Analysing; L5 - Evaluating; L6 - Creating)

Q.No.	Question/வினா	Marks	CO	BL
	PART - A (10 × 2 = 20 Marks)			
1.	$\frac{d^2y}{dx^2}+y=\cos x$ ன் சிறப்புத் தொகையத்தைக் கண்டறிக.	2	CO1	L2
	Find the particular integral of $\frac{d^2y}{dx^2}+y=\cos x$.	2	CO1	L2
2.	$(2x+1)^2\frac{d^2y}{dx^2}+(2x+1)\frac{dy}{dx}+y = 2\sin(\log(1+2x))$ என்ற ஆய்லர்-லெஜெண்டர் சமன்பாட்டை, மாறிலி குணகங்களைக் கொண்ட வகைக்கெழு சமன்பாடாக மாற்றவும்.	2	CO1	L2
	Convert the Euler-Legendre equation $$(2x+1)^2\frac{d^2y}{dx^2}+(2x+1)\frac{dy}{dx}+y = 2\sin(\log(1+2x))$$ to an equation with constant coefficients.	2	CO1	L2
3.	$g(t)$ என்பது $f(t)$ ன் எதிர்வகைக்கெழுவெனவும் மற்றும் $g(0)=1$ எனவும் கருதுவோம். $L\{f(t)\}=\frac{e^{-s}}{1+s}$ எனில், $g(t)$ ன் லாப்லேஸ் உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.	2	CO2	L2
	Suppose $g(t)$ is the antiderivative of $f(t)$ with $g(0)=1$. If $L\{f(t)\}=\frac{e^{-s}}{1+s}$, then find the Laplace transform of $g(t)$.	2	CO2	L2

ADDITIONAL CONTROLLER OF EXAMINATIONS ★ AU CHENNAI 600 025

Q.No.	Question/வினா	Marks	CO	BL
4.	லாப்லேஸ் உருமாற்றங்களின் தொடக்க மதிப்புத் தேற்றத்தைக் கூறுக.	2	CO2	L1
	State the initial value theorem of Laplace transforms.	2	CO2	L1
5.	2 காலத்துடன் கூடிய $f(x)=\begin{cases}\pi x, & 0\le x\le 1\\ \pi(2-x), & 1\le x\le 2\end{cases}$ என்ற சார்பின், ஃபோரியர் தொடர் விரிவாக்கத்தில் a_0 ன் மதிப்பைக் கண்டறியவும்.	2	CO3	L2
	Find the value of a_0 in the Fourier series expansion of $f(x)=\begin{cases}\pi x, & 0\le x\le 1\\ \pi(2-x), & 1\le x\le 2\end{cases}$ with period 2.	2	CO3	L2
6.	ஃபோரியர் தொடருக்கான பார்செவலின் முற்றொருமையைக் கூறுக.	2	CO3	L1
	State the Parseval's identity for Fourier series.	2	CO3	L1
7.	$\mathscr{F}_s\{e^{-x}\}=\dfrac{s}{s^2+1}$ எனில் , $\mathscr{F}_s\left\{e^{-x/2}\right\}$யைக் கண்டறிக.	2	CO4	L1
	Given that $\mathscr{F}_s\{e^{-x}\}=\dfrac{s}{s^2+1}$, find $\mathscr{F}_s\left\{e^{-x/2}\right\}$.	2	CO4	L1
8.	ஃபோரியர் உருமாற்றங்களுக்கான சுருளல் தேற்றத்தைக் கூறுக.	2	CO4	L1
	State the convolution theorem for Fourier transforms.	2	CO4	L1
9.	$u(n)=\begin{cases}0, & n<0\\ 1, & n\ge 0\end{cases}$ என்ற ஓரலகு படி வரிசையின் Z-மாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.	2	CO5	L2
	Find the Z-transform of the unit step sequence given by $u(n)=\begin{cases}0, & n<0\\ 1, & n\ge 0\end{cases}$	2	CO5	L2
10.	$\dfrac{1}{(n+1)!}$ன் Z-மாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.	2	CO5	L2
	Find the Z-transform of $\dfrac{1}{(n+1)!}$.	2	CO5	L2
	PART - B (5 × 13 = 65 Marks)			
11.(a)(i)	$x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+y=\log x$ என்ற ஆய்லர்-கோஷியின் சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.	6	CO1	L3
	Solve the Euler-Cauchy equation $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}+y=\log x$.	6	CO1	L3
11.(a)(ii)	அளவுருக்களின் மாறுபாட்டு முறையைப் பயன்படுத்தி, $y''(t)-2y'(t)+y(t)=\dfrac{e^t}{t^2}$ யைத் தீர்க்கவும்.	7	CO1	L3
	Using the method of variation of parameters, solve $y''(t)-2y'(t)+y(t)=\dfrac{e^t}{t^2}$.	7	CO1	L3
	(OR)			
11.(b)	$\dfrac{dx}{dt}+4x+3y=t;\quad \dfrac{dy}{dt}+2x+5y=e^t$ என்ற ஒருங்கமை வகைக்கெழு சமன்பாடுகளின் அமைப்பைத் தீர்க்கவும்.	13	CO1	L3
	Solve the system of simultaneous differential equations $\dfrac{dx}{dt}+4x+3y=t;\quad \dfrac{dy}{dt}+2x+5y=e^t$.	13	CO1	L3

ADDITIONAL CONTROLLER OF EXAMINATIONS
AU CHENNAI 600 025

<table>
<tr><th>Q.No.</th><th>Question/வினா</th><th>Marks</th><th>CO</th><th>BL</th></tr>
<tr><td>12.(a)(i)</td><td>$\int_0^\infty e^{-t}\left(\frac{\cos 2t-\cos 3t}{t}\right)dt$-யை மதிப்பிடவும்.</td><td>6</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td></td><td>Evaluate $\int_0^\infty e^{-t}\left(\frac{\cos 2t-\cos 3t}{t}\right)dt.$</td><td>6</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td>12.(a)(ii)</td><td>சுருளல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $\frac{s^2}{(s^2+9)(s^2+4)}$ ன் லாப்லேசின் நேர்மாறு உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.</td><td>7</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td></td><td>Using convolution theorem, find the inverse Laplace transform of $\frac{s^2}{(s^2+9)(s^2+4)}$.</td><td>7</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td colspan="5">(OR)</td></tr>
<tr><td>12.(b)(i)</td><td>$\frac{s+2}{s^2-4s+13}$ ன் லாப்லேசின் நேர்மாறு உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.</td><td>6</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td></td><td>Find the inverse Laplace transform of $\frac{s+2}{s^2-4s+13}$.</td><td>6</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td>12.(b)(ii)</td><td>$f(t+2\pi)=f(t)$ எனில் $f(t)=\begin{cases} t, & 0 < t < \pi \\ \pi-t, & \pi < t < 2\pi \end{cases}$ என்ற காலவரை சார்பின் வரைபடத்தை வரைந்து, அதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.</td><td>7</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td></td><td>Sketch the graph of the periodic function $f(t)=\begin{cases} t, & 0 < t < \pi \\ \pi-t, & \pi < t < 2\pi \end{cases}$, where $f(t+2\pi)=f(t)$ and hence find its Laplace transform.</td><td>7</td><td>CO2</td><td>L3</td></tr>
<tr><td>13.(a)</td><td>$(0,\pi)$ ல் $x\sin x$ ன் ஃபோரியர் விரிவாக்கத்தை ஒரு கிடக்கைத் தொடராகப் பெறுக. எனவே, கிடைக்கப்பட்ட தொடரிலிருந்து $\frac{1}{1\cdot 3}-\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots\infty=\frac{\pi-2}{4}$ என்பதைக் காட்டுக.</td><td>13</td><td>CO3</td><td>L4</td></tr>
<tr><td></td><td>Obtain the Fourier expansion of $x\sin x$ as a cosine series in $(0,\pi)$. Hence, show that $\frac{1}{1\cdot 3}-\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\cdots\infty=\frac{\pi-2}{4}$.</td><td>13</td><td>CO3</td><td>L4</td></tr>
<tr><td colspan="5">(OR)</td></tr>
<tr><td>13.(b)</td><td>பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள $f(x)$ன் ஃபூரியர் தொடரின் முதல் இரண்டு ஒத்திசைகளைக் கணக்கிடுக.
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td><td>π</td><td>$\frac{4\pi}{3}$</td><td>$\frac{5\pi}{3}$</td><td>2π</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>1.00</td><td>1.40</td><td>1.90</td><td>1.70</td><td>1.50</td><td>1.20</td><td>1.00</td></tr>
</table></td><td>13</td><td>CO3</td><td>L4</td></tr>
<tr><td></td><td>Compute the first two harmonics of the Fourier series of $f(x)$ given in the following table:
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td><td>π</td><td>$\frac{4\pi}{3}$</td><td>$\frac{5\pi}{3}$</td><td>2π</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>1.00</td><td>1.40</td><td>1.90</td><td>1.70</td><td>1.50</td><td>1.20</td><td>1.00</td></tr>
</table></td><td>13</td><td>CO3</td><td>L4</td></tr>
</table>

ADDITIONAL CONTROLLER OF EXAMINATIONS ★ AU CHENNAI 600 025

Q.No.	Question/வினா	Marks	CO	BL
14.(a)(i)	கொடுக்கப்பட்ட $\int_0^\infty f(x)\sin sx \; dx = \begin{cases} 1, & 0 \le s \le 1 \\ 2, & 1 \le s \le 2 \\ 0, & s > 2 \end{cases}$ என்ற சமன்பாட்டிலிடுந்து, $f(x)$-யை தீர்க்க.	6	CO4	L4
	Solve for $f(x)$, given that $\int_0^\infty f(x)\sin sx \, dx = \begin{cases} 1, & 0 \le s \le 1 \\ 2, & 1 \le s \le 2 \\ 0, & s > 2 \end{cases}$.	6	CO4	L4
14.(a)(ii)	$f(t) = e^{-a^2t^2}, a > 0$ ன் ஃபோரியர் உருமாற்றத்தைக் கண்டறிந்து, ஃபோரியர் உருமாற்றத்தின் கீழ் $e^{-t^2/2}$ என்பது தற்பரிமாற்றம் என்பதைக் காட்டுக.	7	CO4	L4
	Find the Fourier transform of $f(t) = e^{-a^2t^2}, a > 0$ and hence show that $e^{-t^2/2}$ is self reciprocal under Fourier transform.	7	CO4	L4
	(OR)			
14.(b)	$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \lvert x \rvert < 1 \\ 0, & \lvert x \rvert > 1 \end{cases}$ ன் ஃபோரியர் தொகையீட்டுச் சார்பாண்மையைக் கண்டறியவும். எனவே, அதிலிருந்து $\int_0^\infty \left(\frac{\sin x - x\cos x}{x^3}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)dx$ மற்றும் $\int_0^\infty \left(\frac{\sin x - x\cos x}{x^3}\right)dx$ ஆகியவற்றின் மதிப்பைத் தீர்மானிக்கவும்.	13	CO4	L4
	Find the Fourier integral representation of $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \lvert x \rvert < 1 \\ 0, & \lvert x \rvert > 1 \end{cases}$ and hence determine the value of $\int_0^\infty \left(\frac{\sin x - x\cos x}{x^3}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)dx$ and $\int_0^\infty \left(\frac{\sin x - x\cos x}{x^3}\right)dx$.	13	CO4	L4
15.(a)(i)	Z-மாற்றத்தின் சுருளல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $\frac{z^2}{(z-2)(z+3)}$ன் நேர்மாறான Z-மாற்றத்தைக் கண்டறியவும்.	6	CO5	L4
	Using convolution theorem, find the inverse Z-transform of $\frac{z^2}{(z-2)(z+3)}$.	6	CO5	L4
15.(a)(ii)	$\{u_n\}$ என்ற வரிசையின் Z-மாற்றம் $U(z) = \frac{2z^2+3z+12}{(z-1)^4}$ ஆக இருந்தால், u_2 மற்றும் u_3 ன் மதிப்பைக் கண்டறியவும்.	7	CO5	L4
	Given that the Z-transform of the sequence $\{u_n\}$ as $U(z) = \frac{2z^2+3z+12}{(z-1)^4}$, find the value of u_2 and u_3.	7	CO5	L4
	(OR)			

ADDITIONAL CONTROLLER OF EXAMINATIONS
AU CHENNAI 600 025

Q.No.	Question/வினா	Marks	CO	BL
15.(b)(i)	$\cos(n\theta)$ன் $Z-$மாற்றத்தைக் கண்டறிந்து, பின்பு $\mathcal{Z}\{2^n \cos^2(n\theta)\}$ யைக் கண்டறியவும்.	5	CO5	L4
	Find the $Z-$transform of $\cos(n\theta)$ and hence, find $\mathcal{Z}\{2^n \cos^2(n\theta)\}$.	5	CO5	L4
15.(b)(ii)	Z-மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $y_{n+2}+6y_{n+1}+9y_n = 2^n$, $y_0 = 0 = y_1$ என்ற வேறுபாட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.	8	CO5	L4
	Using Z-transform solve the difference equation $y_{n+2}+6y_{n+1}+9y_n = 2^n$ with $y_0 = 0 = y_1$.	8	CO5	L4
	PART - C (1 × 15 = 15 Marks)			
16. (a)	ஒரு 50 கிராம் நிறை ஒரு சுருள்வில்லை 2 அடி நீட்டி சமநிலையில் ஓய்வில் வைக்கிறது. இந்த அமைப்பு ஒரு ஒடுக்குகளத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதால், இது நிறைவின் உடனடி வேகத்தின் எட்டு மடங்குக்கு சமமான தணிப்பு விசையை அளிக்கிறது. $f(t) = 8\sin 4t$ க்கு சமமான வெளிப்புற விசை, அமைப்பின் தொடக்கத்தில் பயன்படுத்தப்படும்போது, இயக்கத்தின் சமன்பாடு $$x''(t)+8x'(t)+16x(t) = 8\sin\ 4t$$ ஆகும். இங்கு $x(t)$ என்பது நிறைவின் நிலையை t இல் எந்த தன்னிச்சையான நேரத்திலும் குறிப்பதாகும். ஆரம்பத்தில் நிறையின் சமநிலை நிலையில் ஓய்வில் உள்ளது என்று வைத்துக் கொண்டால், அதன் நிபந்தனைகள் $x(0) = 0 = x'(0)$ ஆகும், எனில்			
(i)	தீர்மானிக்கப்படாத குணகங்களின் முறையைப் பயன்படுத்தி மேலே உள்ள தொடக்க மதிப்பு சிக்கலைத் தீர்க்கவும்.	7	CO1	L5
(ii)	மேலே பெறப்பட்ட தீர்வை, லாப்லேஸ் உருமாற்ற நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்ப்பதன் மூலம் குறுக்கு சரிபார்க்கவும்.	8	CO2	L5
	A mass of 50 grams stretches a spring 2 feet and comes to rest at equilibrium. The system is attached to a dashpot that imparts a damping force equal to eight times the instantaneous velocity of the mass. When an external force equal to $f(t) = 8\sin 4t$ is applied to the system at the beginning, the equation of motion is given by $$x''(t)+8x'(t)+16x(t) = 8\sin\ 4t$$ where $x(t)$ represents the position of the mass at any arbitrary time t. Assuming initially the mass is at rest in the equilibrium position, we have the condition $x(0) = 0 = x'(0)$.			
(i)	Solve the above initial value problem using the method of undetermined coefficients.	7	CO1	L5
(ii)	Cross check the solution obtained above by solving the same using Laplace transform technique.	8	CO2	L5

ADDITIONAL CONTROLLER OF EXAMINATIONS ★ AU CHENNAI 600 025